

METODA WYZNACZANIA LEPKOSPĘŻYSTEGO WSPÓLCZYNNIKA POISSONA MATERIAŁÓW ROŚLINNYCH W WARUNKACH OBCIĄŻEŃ UDAROWYCH

K. Golacki, Z. Stropek

Zakład Teorii Maszyn i Automatyki AR, ul. Doświadczalna 50 A, 20-280 Lublin

Streszczenie: W pracy przedstawiono sposób wyznaczenia czasowego przebiegu wartości współczynnika Poissona w teście relaksacji naprężeń w oparciu o zmodyfikowaną metodę Hughesa i Segerlinda służącą do obliczenia sprężystego współczynnika Poissona. Wyznaczenie lepkospężystego współczynnika Poissona umożliwia wyznaczenie lepkospężystego modułu ściśliwości K oraz zmiennego w czasie modułu odkształcenia postaciowego G .

Słowa kluczowe: współczynnik Poissona, lepkospężystość

WSTĘP

Większość testów związanych z określeniem zachowania się lepkospężystych materiałów pochodzenia roślinnego podczas obciążenia opiera się na założeniu niezmienności w czasie modułu sprężystości objętościowej lub współczynnika Poissona. Trudności w modelowaniu reakcji materiału biologicznego na obciążenia mechaniczne wynikają z jego niejednorodnej budowy komórkowej i ograniczonych możliwości wykorzystania znanych teorii opisujących związki konstytutywne. Dlatego ze względu na złożoność zagadnienia stosuje się uproszczenia. Zakładając jednorodność i izotropowość materiału do określenia jego reakcji na przyłożone obciążenie potrzebne są dwie stałe: moduł sprężystości oraz współczynnik Poissona. Określenie modułu sprężystości jest stosunkowo łatwe.

Natomiast pomiar współczynnika Poissona nastrocza wielu trudności ze względu na brak standardowych metod jego wyznaczenia, zwłaszcza w przypadku gdy

założymy, że jest on zmienny w czasie, ze względu na fakt obserwowania w materiałach roślinnych zjawisk relaksacji naprężeń i pełzania.

Chappell i Hamann, [1] wyznaczyli czasową zależność współczynnika Poissona dla mięszu jabłka poprzez wywieranie jednoosiowego obciążenia ściskającego na walcową próbkę. Wartość przyłożonej siły oraz osiowa i boczna deformacja były zapisywane na oscylografie. Ich badania wykazały zmniejszanie się wartości współczynnika Poissona wraz z czasem, a krzywe doświadczalne aproksymowali równaniem:

$$\nu(t) = a \cdot t^b \quad (1)$$

gdzie: a, b – stałe.

Podobny przebieg zmienności lepkosprężystego współczynnika Poissona uzyskał DeBaerdemaeker, [3] badając mięsz jabłka. Wykorzystał on metodę Hughesa i Segerlinda do wyznaczenia współczynnika Poissona.

Inne podejście zaprezentowali Gyasi, Fridley i Chen, [4]. Wyznaczyli oni w sposób pośredni zmianę wartości lepkosprężystego współczynnika Poissona w czasie dla mięszu i skórki cytryny oraz pomarańczy przy użyciu równania:

$$\nu(t) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{G_c(t)}{JK} \right) \quad (2)$$

przy założeniu niezmienności w czasie modułu sprężystości objętościowej K. $G_c(t)$ jest funkcją relaksacji naprężeń uzyskaną w teście jednoosiowego, swobodnego ściskania. Stwierdzili oni wzrost wartości współczynnika Poissona w czasie. Podobną czasową zależność współczynnika Poissona zauważyli Hammerle i McClure, [5] badając mięsz batatu (słodkiego ziemniaka) wykorzystując w swoich doświadczeniach fotomikrometr.

Różne przebiegi lepkosprężystego współczynnika Poissona mogą być spowodowane z jednej strony metamorfizmem oraz specyfiką budowy tkanki komórkowej poszczególnych owoców i warzyw, a także dużą różnorodnością stosowanych metod doświadczalnych. Wszystkie powyższe badania były wykonywane na maszynie testującej INSTRON, a więc w warunkach obciążeń quasi-statycznych przy prędkościach deformacji nie przekraczających 0,02 m/s.

LEPKOSPĘŻYSTY WSPÓLCZYNNIK POISSONA DLA OBCIĄŻEŃ UDAROWYCH

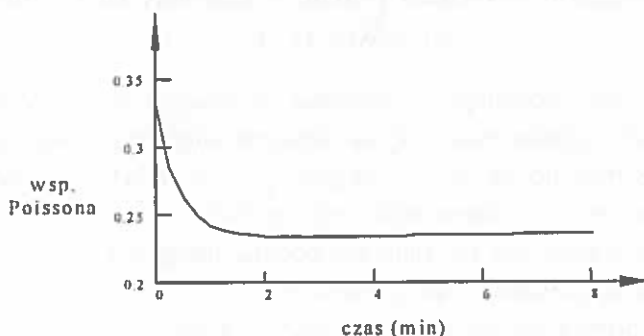
Autorzy tej pracy proponują wyznaczenie czasowych charakterystyk lepkospężystego współczynnika Poissona dla obciążeń udarowych adaptując metodę Hughesa i Segerlinda do określenia sprężystego współczynnika Poissona, [6]. Polega ona na osiowym ściskaniu walcowych próbek o identycznych wymiarach, przy czym jedna z nich jest ściskana swobodnie, natomiast druga w cylindrze zapobiegającym odkształceniom promieniowym.

W wyniku przeprowadzenia dwóch testów relaksacji próbki swobodnej i ograniczonej w warunkach udarowych otrzymuje się czasowe przebiegi funkcji relaksacji naprężeń próbki ściskanej swobodnie $E(t)$ i próbki ściskanej w cylindrze $X(t)$. Dokonując przekształceń Laplace'a odpowiednich funkcji relaksacji $E(t)$ i $X(t)$ wylicza się transformaty Laplace'a $E(s)$ i $X(s)$. Opierając się na regule zgodności Christensena, [2] można wzór wyprowadzony przez Hughesa i Segerlinda dla sprężystego współczynnika Poissona zastosować do rozwiązania problemu lepkospężystości zastępując moduł sprężystości w rozwiązaniu sprężystym przez iloczyn zmiennej zespolonej s i transformaty Laplace'a odpowiedniej lepkospężystej funkcji relaksacji naprężeń. Korzystając z powyższych założeń transformata lepkospężystego współczynnika Poissona wyraża się następującym wzorem [3]:

$$\nu(s) = \frac{1}{4 \cdot s} \cdot \left[\frac{E(s)}{X(s)} - 1 + \left[\left(\frac{E(s)}{X(s)} - 1 \right)^2 - 8 \cdot \left(\frac{E(s)}{X(s)} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}} \right] \quad (3)$$

Znając transformatę lepkospężystego współczynnika Poissona można określić jego czasowy przebieg poprzez zastosowanie do obu stron równania odwrotnego przekształcenia Laplace'a. Ze względu na złożoność wzoru (3) nie jest możliwe uzyskanie rozwiązania analitycznego. Czasową zależność współczynnika Poissona można uzyskać tylko poprzez zastosowanie metod numerycznych. Do wyznaczenia odwrotnej transformaty Laplace'a lepkospężystego współczynnika Poissona zastosowano zmodyfikowane funkcje Bessela I rodzaju, zerowego i pierwszego rzędu.

W poniższym przykładzie wykorzystano dane eksperymentalne DeBaerdemaekera [3], który przeprowadzał testy relaksacji naprężeń na mięszu jabłek stosując dwuelementowy model Maxwella.



Rys. 1. Zmienność lepkoelastycznego współczynnika Poissona w czasie.

Fig.1. Variability of the viscoelastic Poisson's ratio with time.

WNIOSKI

1. Wyznaczenie czasowej zależności lepkoelastycznego współczynnika Poissona jest skomplikowane ze względów metodycznych oraz braku możliwości uzyskania rozwiązania analitycznego.
2. Istotną zaletą przedstawionej metody jest możliwość wyznaczenia charakterystyki czasowej modułu ścisłości K i modułu odkształcenia postaciowego G bez ograniczeń związanych z założeniem niezmienności współczynnika Poissona.

PIŚMIENNICTWO

1. Chappell T.W., Hamann D.D.: Poisson's ratio and Young's modulus for apple flesh under compressive loading. *Transaction of the ASAE* 11(5):608-610, 1968.
2. Christensen R.M.: *Theory of viscoelasticity. An introduction.* Academic Press, New York, 1971.
3. DeBaerdemaeker J.G., Segerlind L.J.: Determination of the viscoelastic properties of apple flesh. *Transaction of the ASAE* 19(2):346-348, 353, 1976.
4. Gyasi S., Fridley R.B., Chen P.: Elastic and viscoelastic Poisson's ratio determination for selected citrus fruits. *Transaction of the ASAE* 24(3):747-750, 1981.
5. Hammerle J.R., McClure W.F.: The determination of Poisson's ratio by compression tests of cylindrical specimens. *Journal of Texture Studies* 2:31-49, 1971.
6. Hughes H., Segerlind L.J.: A rapid mechanical method for determining Poisson's ratio in biological materials. ASAE paper No. 72-310, ASAE, St. Joseph, MI 49085, 1972.

THE METHOD FOR DETERMINING VISCOELASTIC POISSON'S
RATIO OF THE PLANT MATERIALS UNDER IMPACT LOADING

K. Golacki, Z. Stropek

Department of Machine Theory and Automatics, University of Agricultureul.
Doświadczalna 50 A, 20-280 Lublin

S u m m a r y: The paper presents the method to determine the viscoelastic Poisson's ratio for fruit and vegetables. The method is modified Hughes and Segerlind method and based on result of impact tests. Viscoelastic Poisson's ratio can be used to calculation of viscoelastic bulk modulus K and viscoelastic shear modulus G .

K e y w o r d s: Poisson's ratio, viscoelastic properties